



## Modelo de la función de producción de la Central Hidroeléctrica Yacyretá

María E. Barrios B.<sup>1</sup>, María L. Pérez D.<sup>1</sup>, Anastacio S. Arce E.<sup>2</sup>

(1) Universidad Nacional del Este – Facultad Politécnica

(2) Itaipu Binacional

Paraguay

### RESUMEN

La Central Hidroeléctrica Yacyretá con una capacidad instalada de 3.200 MW, distribuida en 20 unidades generadoras, tiene previsto el aumento de esta capacidad instalada con la adición de nuevas unidades generadoras tanto en la presa del Brazo Principal como también en la presa del Brazo Aña Cuá. La ampliación de la capacidad instalada sobre el Brazo Principal y la maquinización de la presa del Brazo Aña Cuá aumentará la producción hidroeléctrica y permitirá el aprovechamiento energético de las descargas en el Brazo Aña Cuá, esta situación traerá consigo la necesidad de establecer una regla de operación que maximice la transformación de los recursos hídricos en energía eléctrica.

El presente trabajo tiene como objetivo describir brevemente el comportamiento del canal de fuga del Brazo Principal y del Brazo Aña Cuá, así como la elaboración de una formulación matemática que optimice la distribución de los caudales afluentes entre los dos brazos de la central.

Para el efecto se tiene en cuenta que el canal de fuga del Brazo Principal posee características particulares debido a que su nivel depende del caudal efluente del Brazo Principal y del Brazo Aña Cuá, esta condición obliga a considerar en cada momento de la operación la distribución de caudales que se debe mantener entre ambos brazos de la central. El hecho de que la mayor generación se encuentre en el Brazo Principal, la consigna de operación tiende a derivar a través de las turbinas la mayor cantidad de agua posible por este brazo, manteniendo un caudal mínimo ecológico igual a 1.000 m<sup>3</sup>/s durante los periodos de bajos caudales en el Brazo Aña Cuá.

La formulación matemática busca maximizar la producción de energía eléctrica, esto tomando en consideración los siguientes parámetros: volumen turbinado por las máquinas, volumen vertido, salto bruto, función de producción y nivel del canal de fuga, tanto del Brazo Principal como del Brazo Aña Cuá. La función de producción del Brazo Principal es dada en función de la altura del salto y del caudal turbinado, valores obtenidos de la curva colina de rendimiento de la turbina Kaplan; mientras que para la función de producción del Brazo Aña Cuá, fueron utilizados datos de unidades generadoras de centrales hidroeléctricas hoy en operación, que poseen características nominales idénticas a las que serán instaladas en Aña Cuá. Finalmente, el problema de optimización es resuelto a través de la herramienta computacional Solver de Excel, el cual encuentra los valores óptimos de caudales turbinados y vertidos en los dos brazos para diferentes valores de afluencia.

### PALABRAS CLAVES

Función de producción, factor de productividad, optimización.

## 1. INTRODUCCIÓN

La operación de la Central Hidroeléctrica Yacyretá (CHY) es una tarea que requiere el acompañamiento continuo de las variables responsables de la producción hidroenergética. La operación del vertedero ecológico del Brazo Aña Cuá (BAC), juega un papel muy importante en la eficiencia de la producción de la central, debido al efecto que tienen los caudales descargados por este vertedero sobre el nivel de canal de fuga del Brazo Principal (BP). Por lo cual se requiere de una regla de operación que defina los volúmenes de descarga a ser realizados tanto en el Brazo Principal como en el Brazo Aña Cuá, de modo a minimizar el nivel de canal de fuga y así optimizar la operación, para el efecto se formula un problema de optimización que maximizará la eficiencia de la producción teniendo como variables de decisión los caudales a ser descargados por ambos brazos.

### 1.1 Descripción del Sistema

La Central Hidroeléctrica Yacyretá fue construida por Paraguay y Argentina sobre el río Paraná, se trata de una central de llanura equipada con 20 turbinas hidráulicas tipo Kaplan y una potencia instalada de 3.200 MW en el Brazo Principal. Posee dos vertederos a lámina guiada, equipados en sus crestas con compuertas radiales: el Brazo Principal y el del Brazo Aña Cuá que juntos poseen una capacidad de vertido de  $95.000 \text{ m}^3/\text{s}$ , igual al pico de la crecida máxima probable del río Paraná. Por otro lado, con fines de preservar la fauna ictícola de aguas debajo de la represa, el vertedero BAC mantiene el llamado “caudal ecológico” igual a  $1.000 \text{ m}^3/\text{s}$  [1].



Figura 1. Ubicación de la Central Hidroeléctrica Yacyretá [1].

Una de las características relevantes de la Central Hidroeléctrica Yacyretá, es que el nivel de canal de fuga o nivel de restitución está relacionado con la variación del caudal efluente del Brazo Principal y del Brazo Aña Cuá, debido a esto se tiene una familia de curvas, lo que significa que se debe adoptar una curva para cada valor del caudal efluente de ambos brazos. Esta familia de curvas se puede observar en la **Figura 2**.

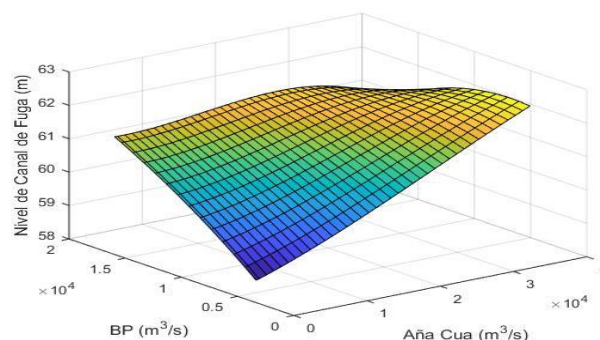


Figura 2: Curva Nivel de Canal de Fuga y Caudal efluente del Brazo Principal y Brazo Aña Cuá [2].

XIII SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ  
06 y 07 de Setiembre de 2018

Como bien se observa en la **Figura 2** existe la dependencia del nivel de canal de fuga con los caudales efluentes de ambos brazos, con lo cual es lógico suponer que al efectuar una buena distribución de las descargas por el Brazo Principal y por el Brazo Aña Cuá se obtendrá un mejor aprovechamiento de los recursos hídricos.

## 2. MODELADO DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

La potencia de generación en las centrales hidroeléctricas es función, primordialmente, del caudal turbinado ( $q$ ) y de la altura de la caída del agua ( $hl$ ). Llevando en cuenta estos factores, para la obtención de la función de producción del Brazo Principal fue utilizada la curva colina de rendimiento de las máquinas del Brazo Principal, el cual contempla valores de Potencia (MW), altura del salto líquido (m) y caudal turbinado ( $m^3/s$ ), mientras que para la obtención de la función de producción del Brazo Aña Cuá fueron utilizados datos de unidades generadoras de centrales hidroeléctricas en operación, las cuales poseen características nominales idénticas a las máquinas que serán instaladas en Aña Cuá.

Con los valores de potencia generada extraídos de la curva colina, se elabora una tabla para determinar los factores de productividad para cada nivel de generación. El factor de productividad es definido como siendo la relación entre la potencia generada y el caudal turbinado:

$$FP = \frac{P}{q} \quad (\text{MW}/m^3/s) \quad (1)$$

Donde:

$FP$  es el factor de productividad;

$P$  es la potencia generada;

$q$  es el caudal turbinado.

El factor de productividad es la razón que determina cuantos megawatts son generados por cada metro cubico por segundo turbinado [3].

Entonces, utilizando la curva colina de la máquina instalada en el BP y las que serán instaladas en el BAC, se logra definir la función de producción de las máquinas de ambos brazos.

Cabe destacar que, en este trabajo, se evaluaron las condiciones de producción máxima debido a que se desea generar al máximo y también limitar el turbinamiento para el límite de succión y así evitar que sucedan los fenómenos como cavitación y vibración.

A continuación, se explica brevemente los pasos para la obtención de la función de producción:

- Del gráfico de la curva colina fueron extraídos los puntos del máximo caudal turbinado ( $q_{max}$ ), y sus respectivos valores de altura de salto líquido ( $hl$ ).
- Se calcula el valor del salto bruto ( $hb$ ) y se verifica el valor de la potencia generada de la curva colina para los pares de puntos extraídos.
- Se calcula el factor de productividad para cada valor calculado de potencia generada por medio de la ecuación (1).

De tal forma, se pueden obtener diversos valores de factor de productividad e interpolar los puntos de  $hb$  y de  $FP_{max}$  con el fin de obtener una función que represente el factor de productividad de la Central con respecto a la altura del salto bruto para el límite máximo de generación.

La función de producción ajustada para las máquinas del Brazo Principal y para las máquinas del Brazo Aña Cuá resultó en los siguientes polinomios (2) y (3) respectivamente:

$$FP_{max}(hb_{BP}) = A \cdot hb_{BP}^2 + B \cdot hb_{BP} + C \quad (2)$$

Donde:

$A$ ,  $B$  y  $C$  son coeficientes del polinomio para las máquinas del Brazo Principal;

$hb_{BP}$  es el salto bruto del Brazo Principal.

$$FP_{max}(hb_{BAC}) = D \cdot hb_{BAC}^2 + E \cdot hb_{BAC} + F \quad (3)$$

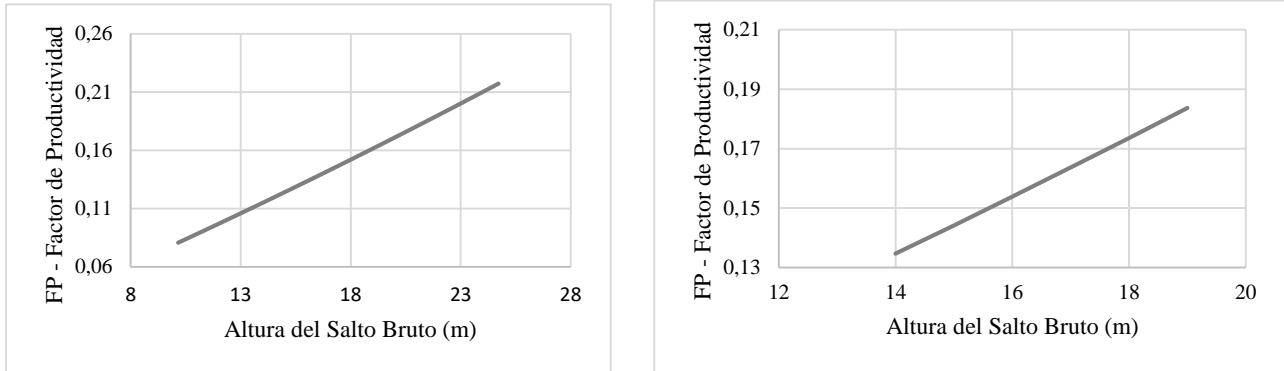
Donde:

$D$ ,  $E$  y  $F$  son coeficientes del polinomio para las máquinas del Brazo Aña Cuá;

$hb_{BAC}$  es el salto bruto.

Este polinomio es muy útil para el cálculo de la potencia máxima generada por la Central, tanto en el BP como en el BAC, ya que, se obtiene el factor de productividad conociendo la altura del salto bruto. Teniendo el factor de productividad es posible conocer la potencia máxima generada instantánea por el caudal turbinado o de manera similar, definir el volumen de caudal a ser turbinado para obtener un valor de potencia [4].

La **Figura 3** muestra gráficos del factor de productividad con respecto a la altura del salto bruto, donde se puede observar que cuanto mayor es la altura del salto bruto, aumenta el factor de productividad en ambos brazos.



**Figura 3. (Izq.) Curva de la Función de Producción del Brazo Principal. (Der.) Curva de la Función de Producción del Brazo Aña Cuá.**

### 3. DISTRIBUCIÓN DE LOS CAUDALES DESCARGADOS

La distribución óptima de los caudales a ser descargados por ambos brazos es obtenida por medio de la elaboración de un modelo de optimización, el cual busca maximizar la producción de energía eléctrica. Para realizar el modelo, fueron utilizados parámetros reales de la CHY como el polinomio cota-canal de fuga de ambos brazos, caudal máximo turbinable por las máquinas del Brazo Principal y por las máquinas a ser instaladas en el Brazo Aña Cuá cuyo dato fue extraído del proyecto de “Maquinización del Brazo Aña Cuá”, además se tuvo en cuenta las restricciones operativas de la central hidroeléctrica.

En primer lugar, es importante mencionar que, en la elaboración del modelo se consideró que la central se encuentra operando en su cota nominal: 83 msnm, la cantidad de máquinas en el Brazo Principal es de 18, mientras que en el Brazo Aña Cuá se supone 3 máquinas operando, y que todos los parámetros requeridos para determinar la producción de energía eléctrica están incluidos en el modelo.

#### 3.1 Formulación del Modelo

El principal objetivo del problema es la maximización de la producción de energía eléctrica

El modelo que maximiza la producción se formula a continuación:

$$Max = q_1 \times fp_1(h_1) + q_2 \times fp_2(h_2) \quad (4)$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$y = (q_1, v_1) + (q_2, v_2); \quad (5)$$

$$h_1 = 83 - nf_1(q_1, v_1, q_2, v_2); \quad (6)$$

$$h_2 = 83 - nf_2(q_2, v_2); \quad (7)$$

$$q_{1min} \leq q_1 \leq q_{1max}; \quad (8)$$

$$q_{2min} \leq q_2 \leq q_{2max}; \quad (9)$$

$$q_1, v_1 \geq 0; \quad (10)$$

$$q_2, v_2 \geq 0; \quad (11)$$

Donde:

$q_1$  es el volumen turbinado por las máquinas del Brazo Principal;

$q_2$  es el volumen turbinado por las máquinas del Brazo Aña Cuá;

$v_1$  es el volumen vertido del Brazo Principal;

$v_2$  es el volumen vertido del Brazo Aña Cuá;

$y$  es la afluencia de la Central Hidroeléctrica Yacyretá;

$h_1$  es el salto bruto del Brazo Principal;

$h_2$  es el salto bruto del Brazo Aña Cuá;

$fp_1$  es el factor de productividad del Brazo Principal;

$fp_2$  es el factor de productividad del Brazo Aña Cuá;

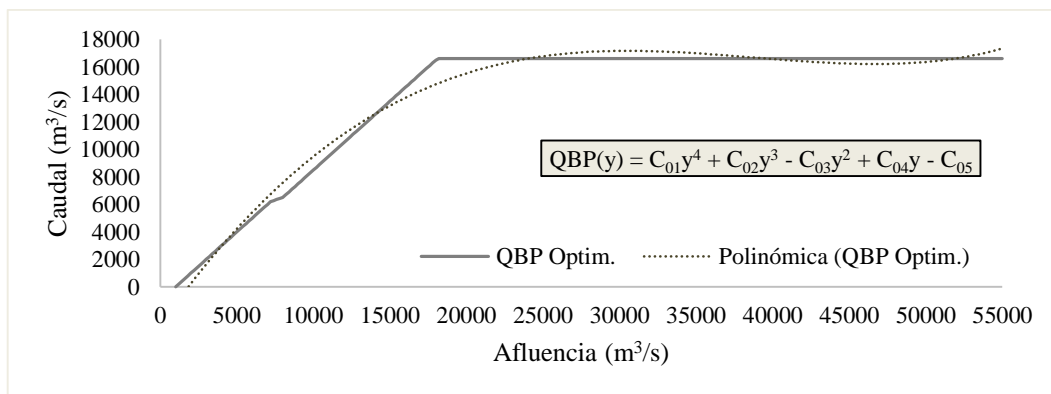
$nf_1$  es el nivel del canal de fuga del Brazo Principal;

$nf_2$  es el nivel del canal de fuga del Brazo Aña Cuá.

La función objetivo (4) expresa que el objetivo es maximizar la producción de energía a lo largo del planeamiento, la restricción (5) expresa que la suma de volúmenes turbinados y vertidos de ambos brazos debe ser igual a la afluencia, las expresiones (6) y (7) son restricciones del salto bruto del BP y BAC respectivamente, (8) y (9) señalan las restricciones operativas de la central, y por último (10) y (11) son condiciones de no negatividad.

### 3.2 Resultados

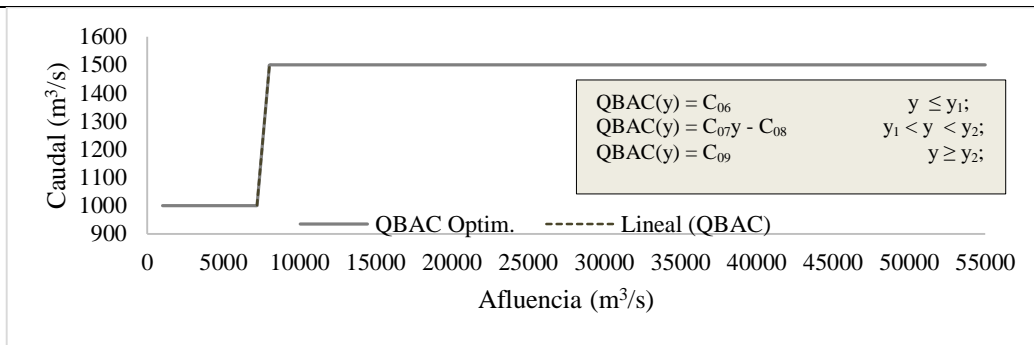
El modelo propuesto y formulado fue resuelto con el Solver del Excel, para valores de afluencias variando de 1.000 a 55.000 m<sup>3</sup>/s, obteniendo así valores óptimos de caudales turbinados, caudales vertidos de ambos brazos. Las diferentes soluciones fueron generalizadas a través del ajuste de una función asociando a cada valor de afluencia, valores de caudal turbinado y vertido en el BP y BAC, conforme se muestra en las **Figuras 4 y 5**.



**Figura 4. Caudal del BP. Resultados de la optimización vs. Polinomio Ajustado en función a la Afluencia.**

La **Figura 4** muestra la solución óptima encontrada del caudal turbinado en el Brazo Principal y la función polinómica ajustada. Además, se observa que, a partir de una afluencia dada, el caudal turbinado en el BP se limita por su capacidad máxima de caudal turbinado y permanece constante en este valor a medida que aumenta la afluencia.

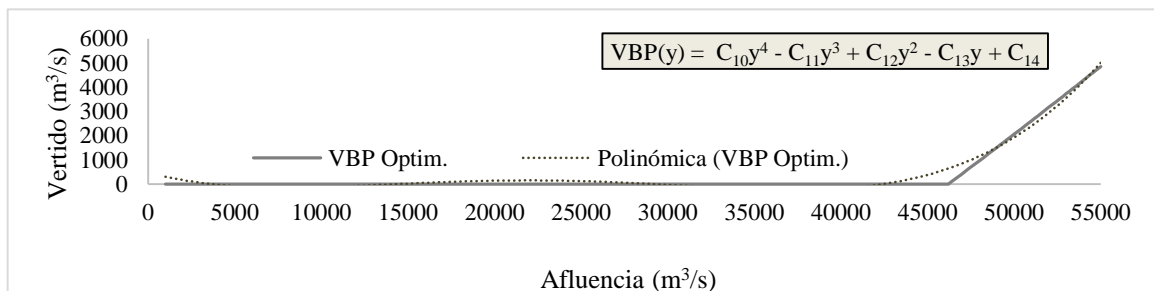
XIII SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ  
06 y 07 de Setiembre de 2018



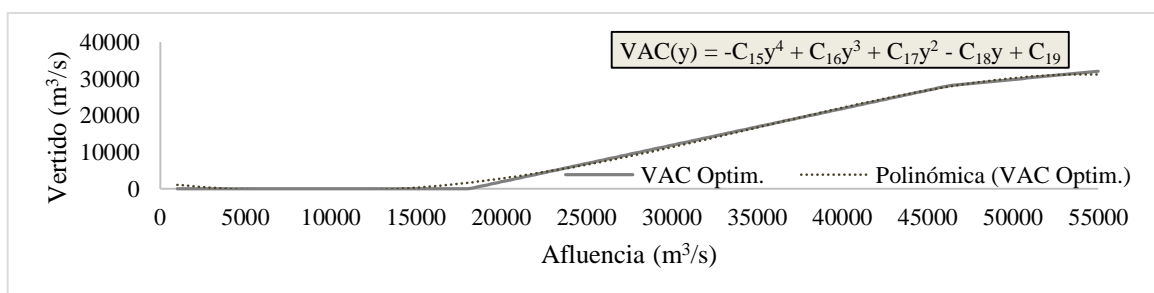
**Figura 5. Caudal del Brazo Aña Cuá. Resultados de la optimización vs. Polinomio Ajustado en función a la Afluencia.**

En la **Figura 5** se observan las soluciones óptimas del caudal turbinado en el BAC a lo largo de los caudales afluentes estudiados, así como la función lineal ajustada. Para este caso, es notable observar que el caudal turbinado se divide en tres etapas y una razón muy importante se debe a la restricción operativa independientemente de la afluencia, el caudal mínimo en el BAC debe ser siempre de 1.000 m<sup>3</sup>/s. De esta forma el valor mínimo del caudal turbinado en este brazo es igual a 1.000 m<sup>3</sup>/s hasta llegar a una determinada afluencia, donde a partir del mismo el caudal turbinado crece linealmente con el valor de la afluencia hasta llegar al máximo caudal turbinado, desde donde permanece constante.

En cuanto al vertimiento en la CHY, cabe destacar que a pesar de la complejidad del sistema de vertido por tener asociado la suma de los vertidos en ambos brazos y porque las operaciones de estos dos vertederos están interrelacionadas entre sí, los valores de vertido que estos presentan afectan de manera directa (aunque de distinta magnitud) a la altura del canal de fuga y por ende provocan variaciones en la altura del salto bruto de la CHY. Por todo esto, en este trabajo fue de suma importancia estudiar los valores de vertido, los cuales fueron encontrados resolviendo el problema de optimización, estos valores se muestran en la **Figura 6 y 7** con sus respectivos polinomios.



**Figura 6. Vertido del Brazo Principal. Resultados de la optimización vs. Polinomio Ajustado en función a la Afluencia.**

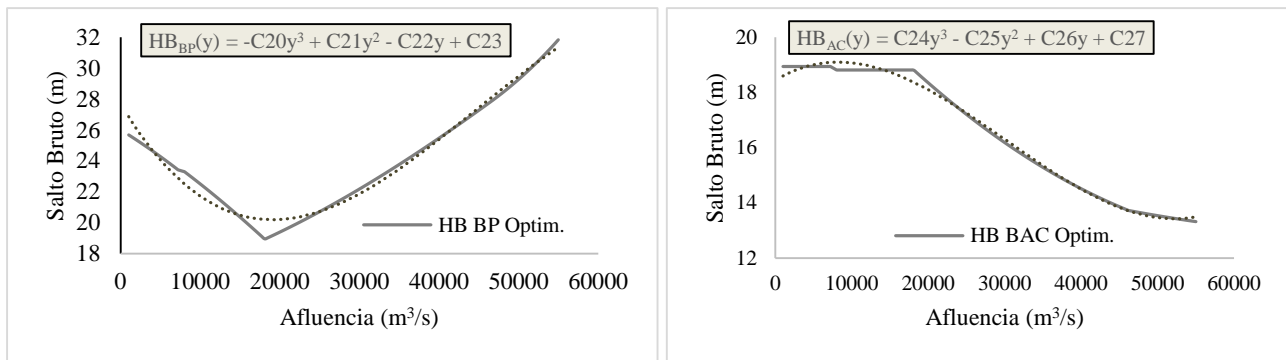


**Figura 7. Vertido del Brazo Aña Cuá. Resultados de la optimización vs. Polinomio Ajustado en función a la Afluencia.**

XIII SEMINARIO DEL SECTOR ELÉCTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ  
06 y 07 de Setiembre de 2018

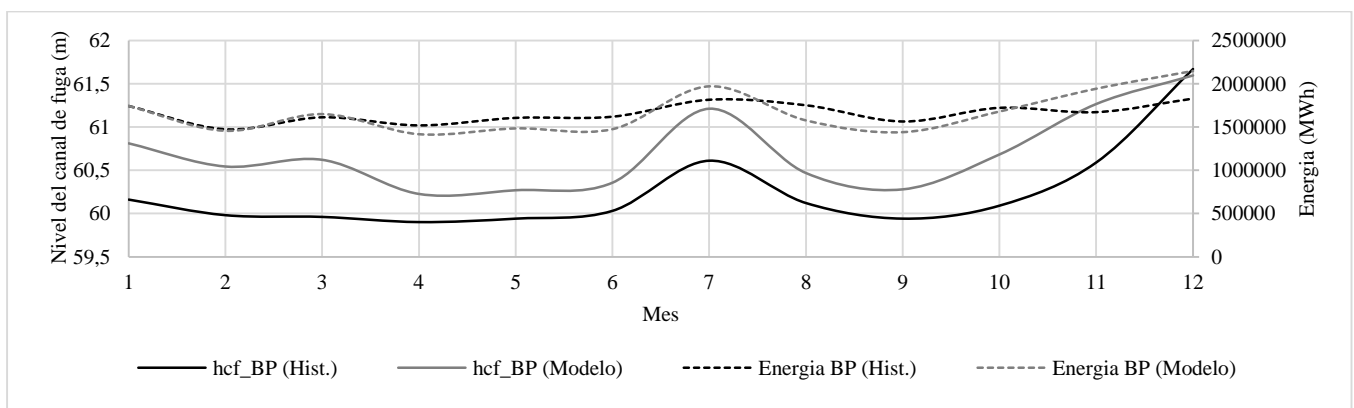
Se han analizado las **Figuras 6 y 7** conjuntamente, en los mismos se observa que toda excedencia de la afluencia que supere el caudal máximo turbinable por ambos brazos, en primera instancia se descargará a través del vertedero del BAC y luego, según su magnitud, también por el BP. Es por eso que los valores de vertido del BAC son muchos mayores que los valores de vertido del BP.

A continuación, tenemos la **Figura 8**, ésta ilustra el comportamiento del salto bruto en el BP (Izq.) y en el BAC (Der.) dependiendo de los valores de afluencia. En esta figura se muestran los valores de salto bruto dada la solución óptima de distribución de caudal turbinado y vertido en ambos brazos para cada valor de afluencia. Es importante señalar que la potencia y la energía producida, son directamente proporcionales a la altura del salto bruto de la Central.

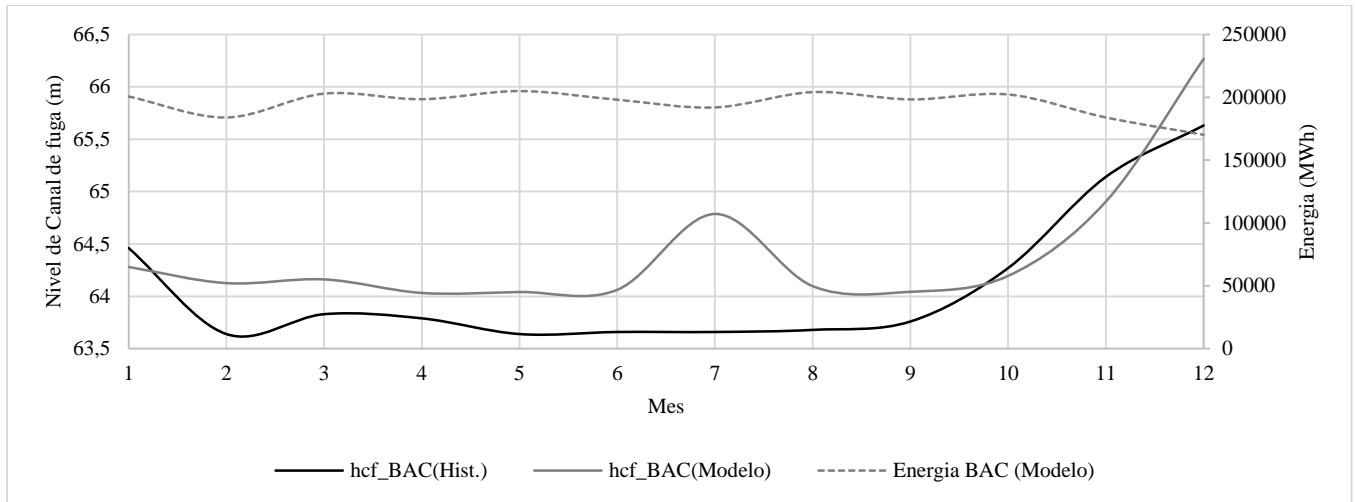


**Figura 8. (Izq.) Salto Bruto del Brazo Principal. Resultados de la optimización vs. Polinomio Ajustado en función a la Afluencia. (Der.) Salto Bruto del Brazo Aña Cuá. Resultados de la optimización vs. Polinomio Ajustado en función a la Afluencia.**

Finalmente, las **Figuras 9 y 10**, en los cuales se observan comparaciones hechas a partir del histórico de CHY y los resultados del modelo. La **Figura 9**, ilustra el nivel de canal de fuga del BP y la energía producida mensualmente en el año 2015. Estos valores fueron comparados con los resultados del modelo para ese mismo año, la comparación resultó en un aumento de la energía producida aplicando el modelo. La energía total producida en ese año fue de 19.938.620 MWh y con el modelo la energía total producida es de 19.998.580 MWh, teniendo así una diferencia de 59.960 MWh. La **Figura 10** ilustra la comparación del nivel de canal de fuga del BAC del histórico y aplicando el modelo, así también se observa la generación de energía suponiendo que en el BAC se encuentran operando tres máquinas con características nominales idénticas a las que serán instaladas en dicho brazo. La exigua diferencia entre la generación registrada en el año 2015 y lo que se puede obtener con el modelo se explica porque la Regla de Operación Óptima ya considera la maquinización del BAC, donde fue destinado parte del recurso hídrico de modo a maximizar la producción en ambos brazos.



**Figura 9. Comparación Nivel de Canal de Fuga del BP y Energía BP de la CHY. Histórico y Modelo.**



**Figura 10. Comparación Nivel de Canal de Fuga del BAC y Energía BAC de la CHY. Histórico y Modelo.**

## CONCLUSIÓN

Debido a que el nivel del canal de fuga del Brazo Principal depende del caudal efluente del Brazo Principal y del Brazo Aña Cuá, existe la necesidad de considerar en cada momento de la operación una distribución óptima de los caudales que deben mantenerse entre ambos brazos de la CHY. El modelo planteado en este trabajo permite la distribución óptima de los caudales en ambos brazos maximizando la producción de energía eléctrica. La regla de operación planteada tiende a derivar a través de las máquinas del Brazo Principal la mayor cantidad de agua posible por este brazo, manteniendo un caudal mínimo ecológico igual a 1.000m<sup>3</sup>/s durante los periodos de bajos caudales en el Brazo Aña Cuá.

Como futuro trabajo se menciona la necesidad de ampliar la Regla Óptima de Operación incluyendo como una restricción la capacidad máxima de generación, dada en función al número de unidades generadoras disponibles para operar.

## BIBLIOGRAFÍA

[1] Datos Técnicos. Entidad Binacional Yacyretá. Información disponible en: <https://www.eby.gov.py/index.php/chy/datostecnicos>

[2] The MathWorks, “Using Matlab Graphics Version 7”. March 2005.

[3] A. S. Arce, “*Despacho Ótimo de Unidades Geradoras em Sistemas Hidroelétricos via heurística baseada em relaxação lagrangeana e programação dinâmica*”. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Sao Paulo, Brasil, 2006.

[4] R. J. García Ramírez, “*Simulación de la Operación Hidroenergética y Cálculo de la Energía Firme de Centrales Hidroeléctricas*”, Trabajo final de Grado, Universidad Nacional del Este, Facultad Politécnica, Ciudad del Este, Paraguay, 2006.